
НЕБЕСНАТА МЕХАНИКА В ТВОРЧЕСТВОТО НА КИРИЛ ПОПОВ

ЕМИЛ ХОРОЗОВ

We trace the role of celestial mechanics in the research of the prominent Bulgarian mathematician and physicist Kiril Popov.

През цялата история на математиката, а дори в историята на науката, небесната механика (заедно с астрономията) е играла фундаментална роля. Краят на XIX и началото на XX век са обвеяни с особена романтика – тогава излизат епохалните работи на Поанкаре. Кирил Попов е имал щастието, но преди всичко усета, да се насочи в тази област. Неговите научни занимания започват с астрономия. Много скоро той обръща внимание и на теорията, изучавайки самостоятелно класическия учебник по механика на Апел. Интерес са си към астрономията той дължи на своя професор М. Бъчваров, но изглежда, че теоретичните му занимания са основно плод на собствени търсения. Като следствие от неподходящ преподавател още като студент Попов сам изучава трудове на Тисеран. (Последният е предшественик на Поанкаре като един от най-големите специалисти по небесна механика, а и ръководител на катедрата.) Самият Попов се оплаква от бавния темп на математическата подготовка в тогавашния Физико-математически факултет. „Математиката, пише Попов, живееше интензивен живот, за който ние няхахме представа.“ Тогавашното списание на Физико-математическото дружество дълго време коментира откритието на 81-ата забележителна точка в триъгълника в момент, когато големите проблеми на физиката разтърсват научния свят. Като учител той започва издаването на „Библиотека от значителни доклади в международни конгреси“, за която превежда Х. Херц, Освалд, готви се да преведе и Поанкаре. С няколко

думи, Кирил Попов проявява рано своята търсеца натура. Изучавайки самостоятелно серия класически трудове на Поанкаре, Дарбу, Тисерап и др., той се подготвя така, че след известно време един от най-добрите университети по онова време – Сорбоната – решава, че може да признае неговото образование за достатъчно, за да започне докторантура. Добре е известно, че там научен ръководител му става Поанкаре. Поанкаре му предоставя сам да си избере тема, нещо нетипично за знаменития математик, който в случая веднага одобрява темата. И темата е известна в нашия научен свят – движението на малката планета Хекуба. А с какво е интересна теорията на движението на тази планета, може би не всички знаят. Поне аз до преди заниманията си със съчиненията на Поанкаре съм считал темата за екзотична.

Нека започна с математическия модел, т.е. избирането на подходящи диференциални уравнения. Малките, както и големите, планети се движат главно под въздействието на Слънцето по кеплерови елипси, т.е. за малки интервали от време въздействията от други небесни тела могат да се пренебрегнат без значителна загуба на точност. За големи интервали от време – от порядъка на години – този модел не е достатъчен; към влиянието на Слънцето трябва да се добави и влиянието на някои други планети. В повечето случаи е най-важно е да се отчете притеглянето на Юпитер. Ако приемем масата на Слънцето за единица, то тази на Юпитер е от порядъка на $1/1000$. След Поанкаре бихме казали, че това е малкият параметър на системата. От своя страна малките планети не оказват практически никакво влияние върху движението и на Слънцето, и на Юпитер. Накрая, може да се предположи, че Юпитер се движи само под влиянието на Слънцето, т.е. по кеплерова орбита. Това приближение е достатъчно, тъй като неточностите ще се отразят на малката планета от по-висок порядък. С тези данни на основата на втория закон на Нютон и закона за всемирното привличане лесно се съставят уравненията на движение. Този модел е основен за небесната механика и се нарича ограничена задача за трите тела. Пренебрегвайки Юпитер, астероидът се движи по кеплерова елипса. Това може да се вземе за начално приближение.

След определяне на начално приближение, т.е. елементите на кеплеровата орбита, следващите приближения се търсят във вид на редове, чиито коефициенти се пресмятат чрез вече намерените само с аритметични действия. В методите, предложени от Льоверие, с които той е открил планетата Нептун, се налага да се дели на линейни комбинации с цели коефициенти от средните движения на планетите – в случая Юпитер и малката планета. Пояснявам, че средното движение е нещо като честота. В случая на Юпитер и Хекуба тези средни движения се отнасят приблизително както 2:1, т.е. има резонанс от най-ниския порядък. Следователно методите на Льоверие са неприложими за пресмятане още на следващото приближение.

Тук се появява една от основните трудности на небесната механика и въобще в пертурбационните задачи на динамичните системи. Става въпрос за малките знаменатели. Следващото поколение астрономи и математици изнамираха по-фини средства, които позволяват да се работи с малките знаменатели.

Това е станало в работите на Линдщед, Делоне, Гилден и др., още преди Поанкаре, но след това тези средства са силно опростени и най-важното – идейно изяснени от Поанкаре. Те са основани на канонични смени на променливите, които придават на уравненията по-удобен за работа вид, запазвайки тяхната хамилтонова форма. „Най-добрият пример за приложение на теорията на Делоне, казва Поанкаре в своите знаменити лекции по небесна механика, четени многократно в Сорбоната, е приложението му към планетата Хекуба.“ С други думи, темата на дисертацията на Попов съвсем не е въпрос с ограничен интерес. Напротив, следвайки сегашните указания на ВАК, трябва да кажем, че темата на дисертацията е изключително актуална, но за разлика от общия случай в днешно време това дори би било вярно.

С движението на Хекуба са се занимавали няколко астрономи и математици – сред тях са астрономът Симонен и самият Поанкаре, който, общо взето, следва работите на Симонен в своите лекции. Всъщност Поанкаре само скицира идеите и оставя дългите и съвсем не прости преобразования на читателя. За числена реализация и дума не може да става. Когато Кирил Попов се заема да осъществи на практика скицата, предложена от Поанкаре, се оказва, че числените резултати се отличават значително от действителните наблюдения. Кирил Попов разполага с точни наблюдения за периода от 1869 до 1901 и те сочат отклонение на пресметнатите от действителните резултати с около 2 градуса на година. Следователно моделът на Поанкаре има недостатъци. И наистина той е пренебрегнал някои членове в уравненията, без да има достатъчно основания за това. Впрочем това е посочено от самия Поанкаре в лекциите и съвсем не са истина легендите, че Попов е поправил грешка на Поанкаре.

Кирил Попов се справя отлично със задачата. Той избира по-точни уравнения, а след това прилага теорията на Поанкаре (наречена метод на Делоне). В много отношения това изглежда рутинна задача и лично аз от сегашна гледна точка я считам за рутинна. Но понеже се страхувам, че мнението ми може да изглежда високомерно, ще поясня, като си послужа със спомени на самия Кирил Попов. В един разговор с него директорът на Парижката обсерватория Ернст Есклангон изказва учудването си, че капиталните трудове на Поанкаре оказват слабо влияние на математиците. Цитирам мнението на Кирил Попов: „Трудовете на Поанкаре са по-скоро идейни. В тях не намираме тази техническа разработка, която улеснява тяхното приложение от по-слаби математици.“ Нашият сънародник е съумял да ги разбере и да направи някои от тях по-достъпни. Той е трябвало да изучи методи, създадени само 10-15 години по-рано и за които Поанкаре е получил всички възможни почести по онова време, т.е. това са методи от самите върхове на математиката. Вместо да се занимава със странични и никого не интересувачи въпроси, Кирил Попов с първите си научни занимания се хвърля в голямата наука.

Бихме могли да направим паралел със сегашното състояние на науката у нас...

Да се върнем към дисертацията. Освен дълбоката теория, нужна за атакуване на задачата, Попов владее до съвършенство и методите за числено пресмятане. Заедно с това умее отлично да се справя с данни от астрономията – да не забравяме, че той е бил преди това астроном със стаж в някои от най-добрите обсерватории в света. Всичко това предопределя високото научно ниво на дисертацията. Числените резултати съвпадат с наблюденията с висока точност. Неговият първи научен ръководител Поанкаре е бил починал няколко месеца по-рано, но останалите колеги на знаменития учен високо я оценяват. За председател на журито е назначен на мястото на Поанкаре Пол Апел (или може би сам се е назначил – по това време той е декан на факултета на науките). Присъства и Жак Адамар, който преди защитата има дълга беседа с докторанта. Нека напомня и сложните обстоятелства, при които се провежда защитата. През септември 1912 г. Кирил Попов получава мобилизационна заповед за армията – приближава Балканската война. Факултетът откликва на трудната ситуация на българина. Някои от формалностите се паруват. Тогава още е било ваканционно време. Деканът Пол Апел и секретарят на факултета намират останалите членове на журито, които също се съгласяват да прекъснат почивката си. За три дни защитата е организирана и проведена. И веднага след това Попов заминава на фронта. Вече там той получава вестникарски изрезки на френски, немски и английски, отразяващи (по вестникарски) защитата. В една от тях се намира добре известното на повечето математици у нас изразително съобщение: „Сорбоната се мобилизира през това ваканционно време, тъй като България мобилизира своите войски.“

Работата на Кирил Попов върху дисертацията се отразява върху цялото му творчество. Струва ми се, че най-успешната област в неговата кариера е външната балистика. За нея има друг лектор. Но и там, въпреки че съм чувал и други мнения, влиянието на небесната механика е очевидно. Достатъчно е да си припомним заглавието на неговите високо оценени лекции: „Методите на Поанкаре за интегриране и общия проблем на външната балистика“. Не е случайно, че предговорът към лекциите по балистика на Попов, четени в Сорбоната, е написан от Емил Пикар и съвсем не от военните.

Вероятно най-важното следствие от заниманията по дисертацията е утвърдените умение и стремеж на Попов да търси и намира дълбоки проблеми от естествознанието. Ще коментирам накратко две съчинения отново по ограничената задача за трите тела.

Добре е известно каква тежест придава Поанкаре на периодичните решения. „Те са единственият жалон, по който можем да проникнем в област, считана по-рано за недостъпна“ – пише знаменитият учен в основното си съчинение „Нови методи в небесната механика“. В работа, публикувана в *Bulletin astronomique*, нашият сънародник се заема със задача „да възстанови престижа на теоремата на Поанкаре“, твърдяща, че периодичните решения се раждат

и изчезват по двойки както корените на алгебричните уравнения. По-късно Уинтнер (това е авторът на една доста популярна и досега монография по небесна механика) се опитва да опровергае твърдението. И действително, за по-общи уравнения това очевидно не е вярно – например бифуркацията на Андронон-Хопф. Всъщност Поанкаре изказва такова нещо, но в контекст, доста различен от това, с което се занимават Уинтнер и Попов. Статията на Попов се занимава с изключително трудни качествени въпроси от небесната механика. Аз не съм уверен в математическата ѝ прецизност – там има трудности дори в дефинициите. Въпреки това работата впечатлява с не така често срещания сега стремеж за занимания с естествени дълбоки проблеми. За тези, които искат все пак да чуят някакви обяснения, ще припомня знаменитата хипотеза на Поанкаре, че периодичните движения в механични системи в общо положение са навсякъде гъсти. Така че приемайки хипотезата за вярна (за която има достатъчно основания), не е съвсем ясно какво изчезва. Разбира се, Попов не се е заблудил на това елементарно място. Просто искам да кажа, че трябва внимателно да се подходи. Има различни семейства от периодични траектории – на Хил, на Лянунов, на три вида на Поанкаре – и човек трябва да се ограничи с някои от тях. Изобщо това е типично трудна качествена задача за структурата на решенията в механични задачи. Този вид задачи и сега не умеем да решаваме. Сред средствата, с които си служи Попов, ще отбележа прочутата регуляризация на решенията. С нейна помощ Зундман получава развитие в ред върху цялата ос на решенията, отговарящи на сблъскване на две планети – така нареченото „решение на задачата за трите тела“, публикувано през 1913 г., и направило сензация в научния свят. В друга работа в *Mathematische annalen* Попов изследва и самите решения на Зундман. Той показва, че макар да има повече решения с разлика на координатите, равна на пула, (т.е. – сблъскване), само решенията на Зундман отговарят на реални движения. И макар първата част на твърдението да е известна (принадлежи на Шази и е публикувана почти веднага след статията на Зундман), и тя има стойност – направена е с други средства.

Надявам се, настрана от краткия обзор на работите на Попов по небесна механика, да е станало ясно какво още се опитвам да кажа с този доклад. Нека докосването до творчеството на един от най-големите български учени е повод да огледаме и себе си.

Получена на 28.11.2005

Емил Хорозов
Факултет по математика и информатика
Софийски университет „Св. Климент Охридски“
1164 София, п.к. 64, БЪЛГАРИЯ
E-mail: horozov@fmi.uni-sofia.bg