ГОДИШНИК НА СОФИЙСКИЯ УНИВЕРСИТЕТ „СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ“

ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА
Том 98

ANNUAIRE DE L'UNIVERSITE DE SOFIA "ST. KLIMENT OHRIDSKI"

FACULTE DE MATHEMATIQUES ET INFORMATIQUE
Tome 98

ИЗСЛЕДВАНИЯТА НА БЛАГОВЕСТ ДОЛАПЧИЕВ ПО МЕХАНИКА НА ФЛУИДИТЕ

СТЕФАН РАДЕВ

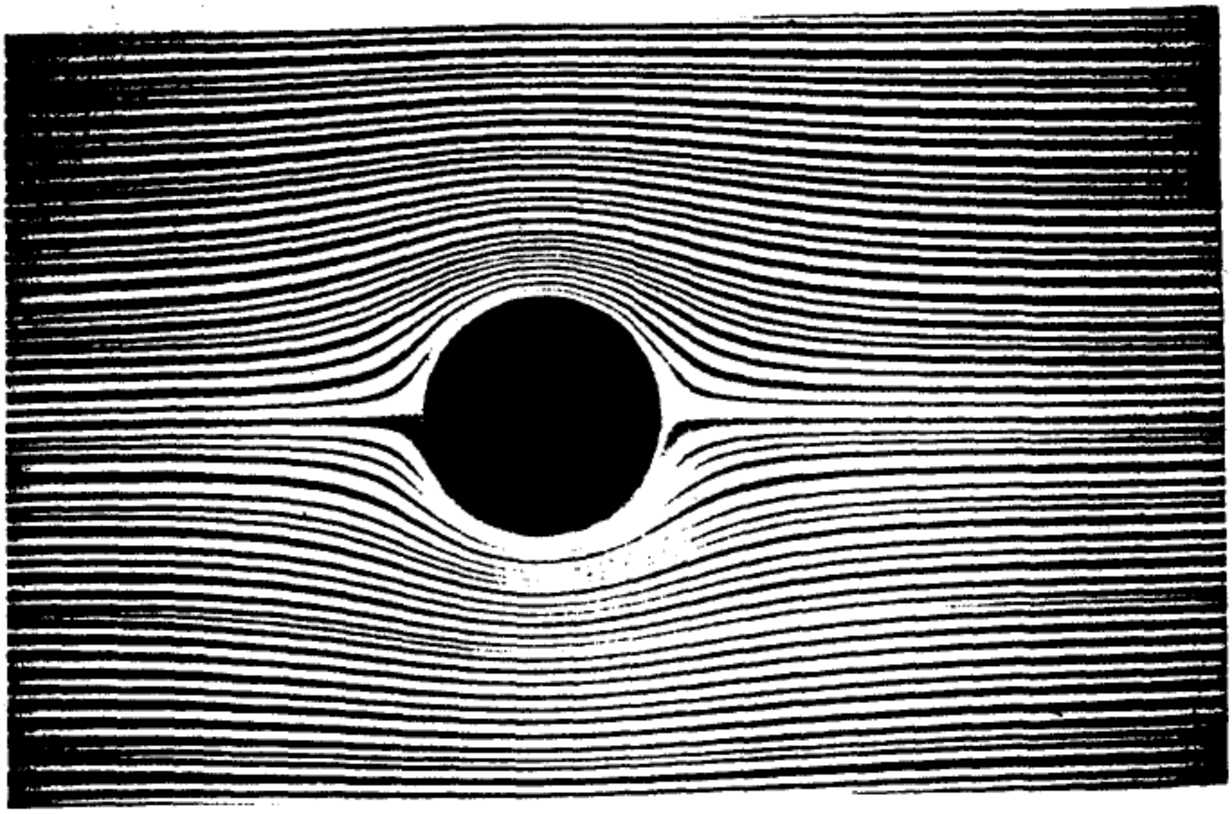
The present lecture concerns Blagovest Dolaptschieff's works on fluid mechanics. The most valuable of his contributions in the field of fluid mechanics are outlined, including the well known Maue-Dolaptschieff condition for the stability of two-parametric vortex streets.

Първото ми впечатление за международната известност на проф. Долапчиев (така винаги съм се обръщал към него) като изтъкнат специалист по механика на флуидите е от студентските ми години в Ленинградския (сега Санктпетербургски) университет. Бях приятно изненадан, че моят научен ръководител Сергей Васильевич Валландер (тогава професор и ръководител на Катедрата по аерохидродинамика в същия университет) се оказа добре запознат с трудовете на Бл. Долапчиев по Кармановн вихрови улици. Заинтригуван, направих справка в университетската библиотека и там намерих дисертацията на Бл. Долапчиев по Карманови вихрови улици. По-късно като хоноруван асистент на проф. Долапчиев многократно съм имал възможност да разговарям с него на различни теми от механика на флуидите, включително и в областта на Кармановите вихрови улици; на една от темите ще се върна в края на моя доклад.

Активните изследвания на Благовест Долапчиев по механика на флуидите започват по време на специализацията му в Гьотинген под ръководството на проф. Лудвиг Прантъл (L. Prandtl). По това време в Гьотингенския университет Прантъл ръководи един от водещите центрове по механика на флуидите в световен мащаб, в който работят учени, чиито имена са останали завинаги в учебниците по тази дисциплина. С този център по това време единствено може да се сравнява Централният аерохидродинамичен институт в Москва (ЦАГИ). (Ще отбележим, че Долапчиев е бил сред малкото сътрудници в Гьотинген, който еднакво добре е познавал както руските, така и западните изследвания по аерохидродинамика – руското наименование на „механика на флуидите".)

За основните научни направления в този център най-добре можем да научим от самия Долапчиев, от неговата встъпителна лекция като доцент, публикувана в Годишника на Софийския университет (т. LX, год. 1943 - 1944, 55-75) под заглавие „Математически решения в аеродинамиката на летенето". Тя е посветена на състоянието на един от най-първостепенните проблеми по това време – разработването на теорията на крилото и самолетното витло. И в моя доклад, за да откроим приносите на Бл. Долапчиев в областта на механиката на флуидите, се налага да се спрем на някои етапи от историята на нейното развитие, както и на някои уводни сведения за нейния математичен апарат.

През 1903 г. братя Райт осъществяват първия полет на двуплощен самолет с двигател с вътрешно горене (с продължителност 59 с). Появата на авиацията налага своя отпечатък върху цялостното развитие на механиката на флуидите през първата половина на двадесети век. В частност теорията на крилото възниква от необходимостта да се пресметне резултантната на силите на взаимодействие между обтичаното тяло и течението на флуида.



Фиг. 1. Безциркулационно (симетрично) обтичане на прав кръгов цилиндър

На фиг. 1 е показана фотография на напречно сечение на флуидно течение около прав кръгов цилиндър. Тъмните ивици съответстват на траекториите на флуидните частици, които започват движението си отляво със скорост, перпендикулярна на образуващите на цилиндъра, след което го заобикалят и продължават движението си надясно. Силите, които действат върху напречното сечение на цилиндъра, най-общо са от два типа: сили на триене между цилиндъра и флуида и сили на налягането. За някои флуиди (като въздуха и водата) силите на вътрешно триене, наричани вискозни, в първо приближение могат да се пренебрегнат и така достигаме до механиката на невискозните (идеалните) флуиди.

За аналитично представяне на течението на фиг. 1 ще въведем отправна координатна система $Oxyz$ с начало в центъра на кръга и ос Oz, перпендикулярна на равнината на фигурата. Тогава на всяка точка от равнината Oxy на течението съответства вектор $\vec{v}\,(v_x, v_y, v_z)$, задаващ скоростта на флуида в тази точка. За пресмятането на така въведеното поле на скоростите механиката на невискозните флуиди използва следните предположения:

1. Плътността на флуида ρ е постоянна, т.е. изпълнено е уравнението на непрекъснатостта

$$div\vec{v} = 0; \tag{1}$$

2. Течението е стационарно, т.е. не зависи от времето:

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0; \tag{2}$$

3. Флуидните частички се движат по един и същ начин в равнини, успоредни на Oxy, или

$$v_z = 0,\ \frac{\partial}{\partial z} = 0; \tag{3}$$

4. Полето на скоростта е безвихрово:

$$rot\vec{v} = \vec{0}. \tag{4}$$

При тези предположения на течението на фиг. 1 може да се съпостави аналитична функция от вида

$$\Phi = \varphi + i\psi = U\left(\zeta + \frac{a^2}{\zeta}\right) + \frac{\Gamma}{2\pi i}\ln\zeta, \tag{5}$$

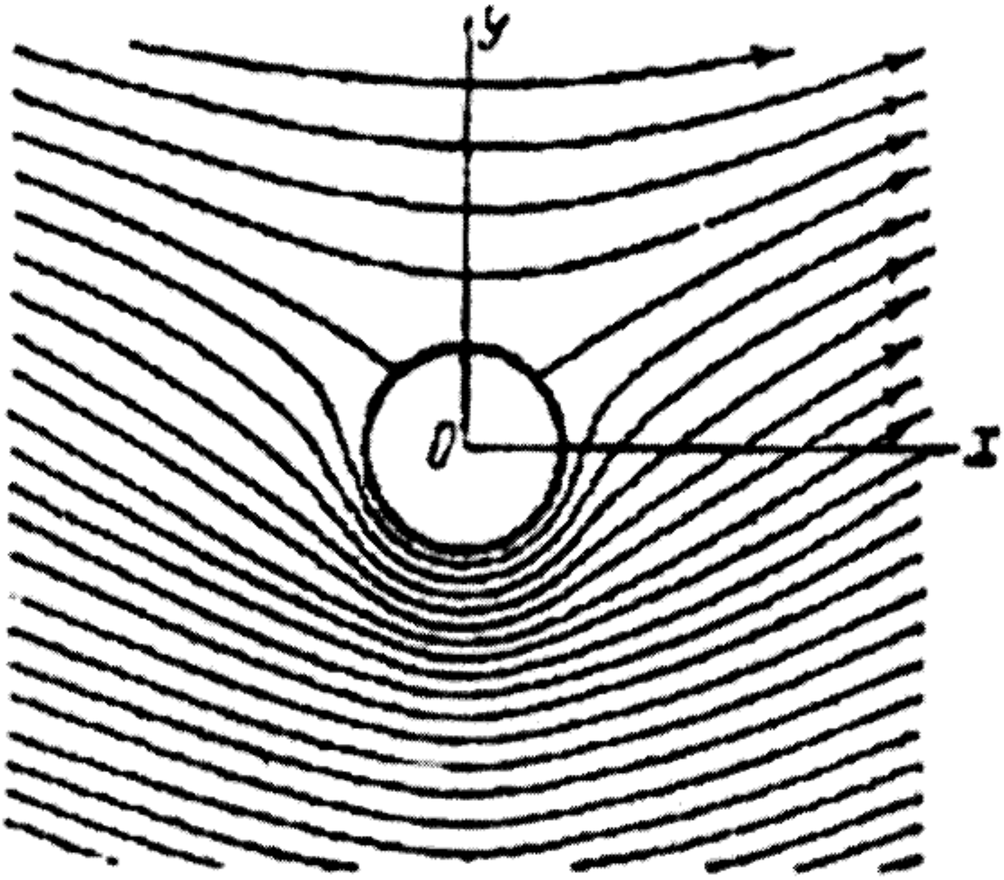
наречена комплексен потенциал на скоростта. В горната формула с $\zeta = x + iy$ е означена произволна точка от равнината на течението, с U-несмутената от присъствието на цилиндъра скорост на течението, а Γ е произволна интеграционна константа, наречена циркулация на скоростта. Траекториите на частиците се получават от условието:

$$\psi = Const, \tag{6}$$

като в разглеждания случай са едновременно силови линии на скоростното поле, наречени още токови линии.

С помощта на Γ резултантната сила на налягането, приложена към цилиндъра, може да се представи в следния вид:

$$P_x = 0, P_y = \rho V \Gamma. \tag{7}$$



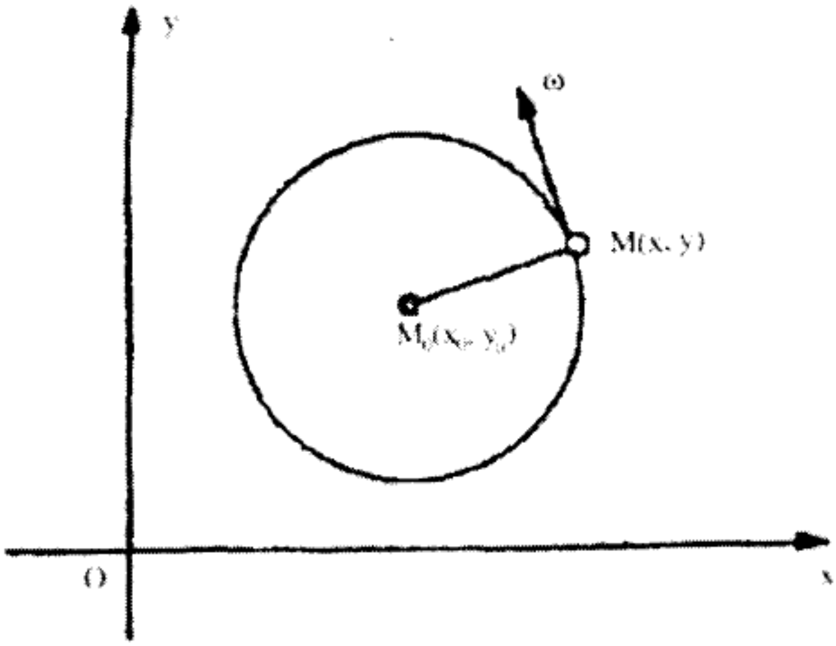
Фиг. 2. Токови линии при обтичане на цилиндър с ненулева циркулация

При $\Gamma = 0$ от (7) получаваме известния парадокс на Даламбер: цилиндърът не изпитва никакво въздействие от страна на флуида. Това е точно случаят, показан на фиг. 1, за който допълнително ще отбележим, че течението е симетрично спрямо оста Ox. При $\Gamma \neq 0$ силата, приложена върху цилиндъра, е перпендикулярна на направлението на течението и се нарича подемна сила.

Пример на течение с $\Gamma \neq 0$ е показан на фиг. 2. Разрушаването на симетрията на течението спрямо оста Ox е индуцирано от последното събираемо в (5), което съответства на комплексния потенциал на точков вихър

$$\Phi = \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln\left(\zeta - \zeta_0\right), \tag{8}$$

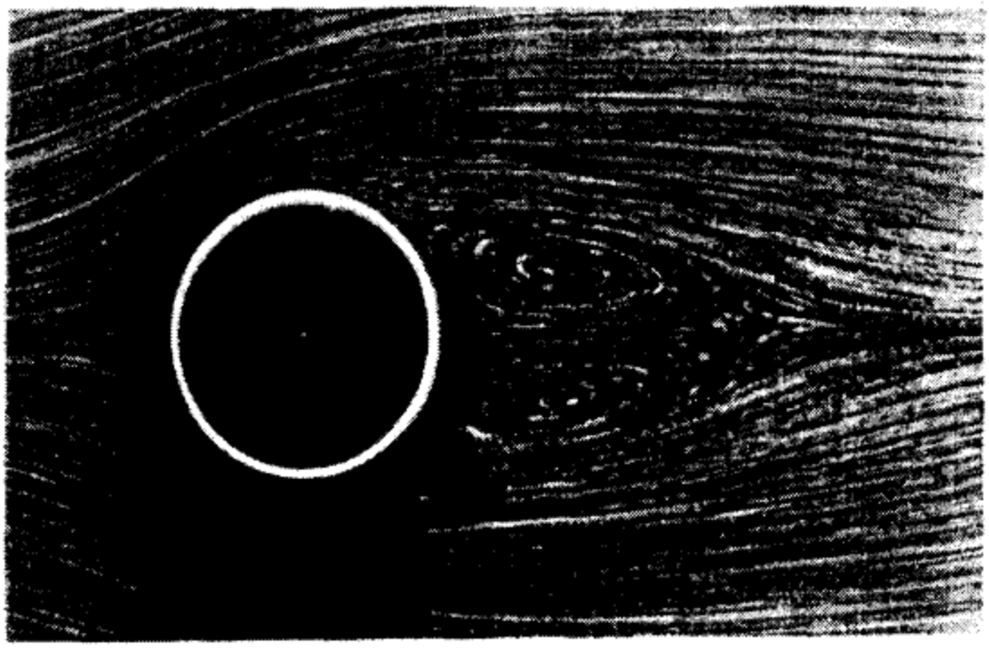
разположен в центъра на кръга ($\zeta_0 = 0$). Действието на точков вихър върху произволна флуидна частичка M, илюстрирано на фиг. 3, се свежда до ротация на частицата около вихровия център M_0.



Фиг. 3. Ротация на флуидна частица около вихров център

Липсата на тангенциална компонента (срв. (7)) на силата на взаимодействие между цилиндъра и флуида, т.е. на сила на съпротивление, е естествен резултат от пренебрегването на вътрешното триене (вискозитета) на флуида. Това би трябвало да ни наведе на мисълта, че в невискозен флуид сили на съпротивление не могат да се получат. Подобно заключение обаче е само отчасти вярно. То се отнася за онази съставка на съпротивлението, която се дължи на силите на триене между флуида и повърхността на обтичаното тяло (наричано също вискозно съпротивление). Съществува и втора съставка на силата на съпротивление, наречено вихрово, която се индуцира от структури в полето на течението, подобни на точковите вихри. Такива вихрови структури лесно се наблюдават в реални условия в зависимост от големината на несмутената скорост U. Два характерни случая са показани на фиг. 4 и 5.

На фиг. 4 ясно се вижда оформилата се двойка вихри зад цилиндъра, разположени симетрично спрямо средната линия на течението. От кинематична гледна точка те са еквивалентни на центрове на локална ротация на флуида (срв. фиг. 3).



Фиг. 4. Обтичане на кръгов цилиндър от вискозен флуид

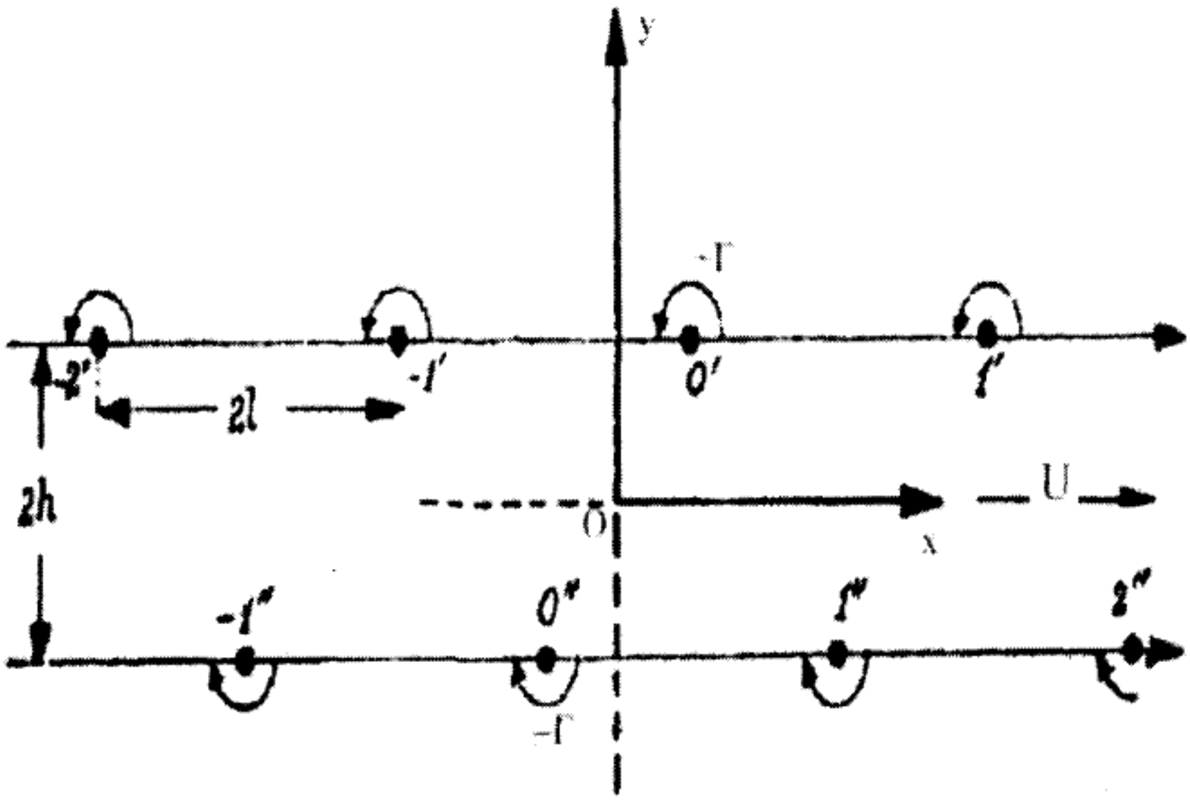
На фиг. 5 зад цилиндъра вече се наблюдават две редици вихри, подредени шахматно. Тази вихрова конфигурация е известна като Карманова вихрова

Фиг. 5. Карманова вихрова улица зад кръгов цилиндър

улица. Такива улици можем да наблюдаваме зад потопените в пълноводни реки мостови колони. На тях се дължат чистите тонове, с които „пеят“ телефонните жици, обдухвани от насрещен вятър. На Кармановите вихрови улици ще се върнем отново по-долу, тъй като в тази област са едни от най-съществените приноси на Долапчиев.

Проблемът обаче е там, че подобни вихрови конфигурации от невискозен флуид *не могат да бъдат генерирани*. *За тяхното обяснение трябва отново да бъде привлечен вискозитетът на флуида.* През 1904 г. споменатият по-горе изтъкнат немски учен Л. Прантъл формулира основополагащата идея, че разликата между вискозното и невискозното течение е концентрирана в един много тънък слой до повърхността на тялото, наричан в съвремената литература граничен слой на Прантъл. Именно този слой играе ролята на генератор на вихрите, чието движение може отново да се моделира с методите на механиката на невискозните флуиди.

През 1912 г. Т. Карман (Teodor Karman), впоследствие един от най-известните сътрудници на Прантъл от Гьотингенската школа, предлага една изключително плодотворна схема за пресмятане на съпротивлението, което изпитва кръгов цилиндър, при това, оставайки в рамките на хидромеханиката на невискозните флуиди. Карман заменя реалните вихри от фиг. 5 с точкови вихри (вж. фиг. 6), които подрежда в две успоредни редици с равни по големина, но противоположни по знак циркулации за вихрите от горната и долната редица.

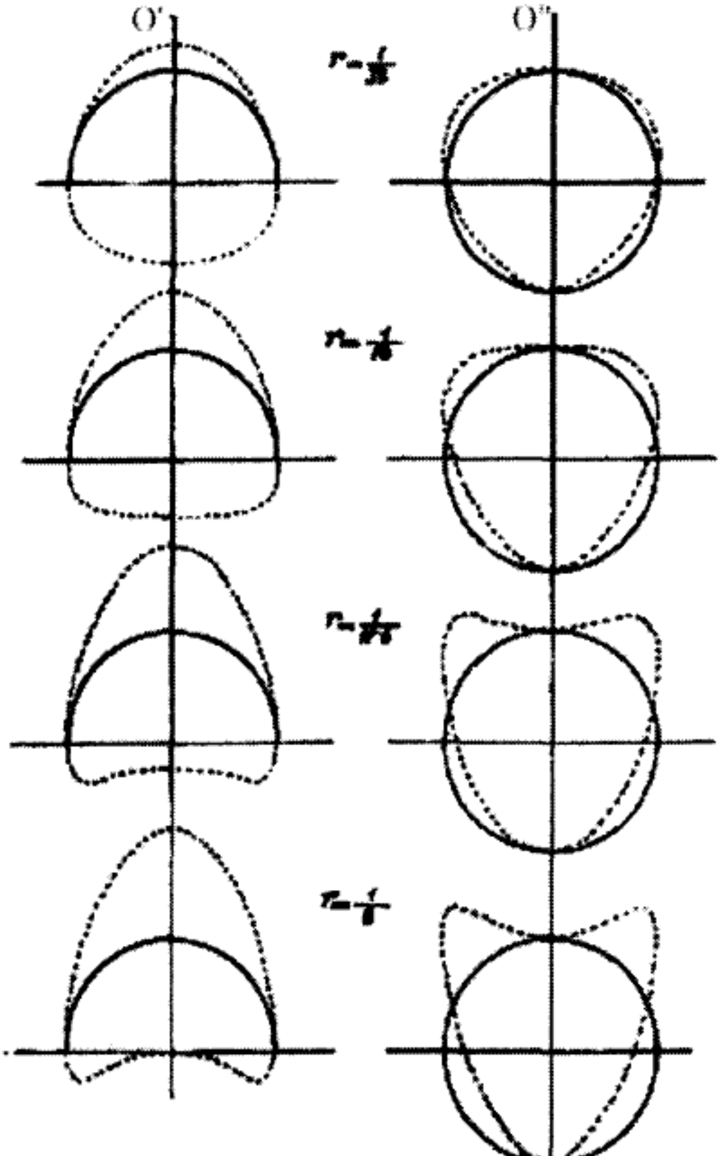


Фиг. 6. Шахматно подредена Карманова улица от точкови вихри

Карман доказва, че при всяка стойност на отношението $2h/2l$ между ширината на улицата и разстоянието между съседните вихри във всяка редица шахматното подреждане осигурява движение на вихровата улица като абсолютно твърдо тяло със скорост, успоредна на направлението на редицата. За такива улици Карман извежда своето знаменито условие за устойчивост по първо приближение, а именно:

$$sh\frac{\pi h}{l} = 1, \tag{9}$$

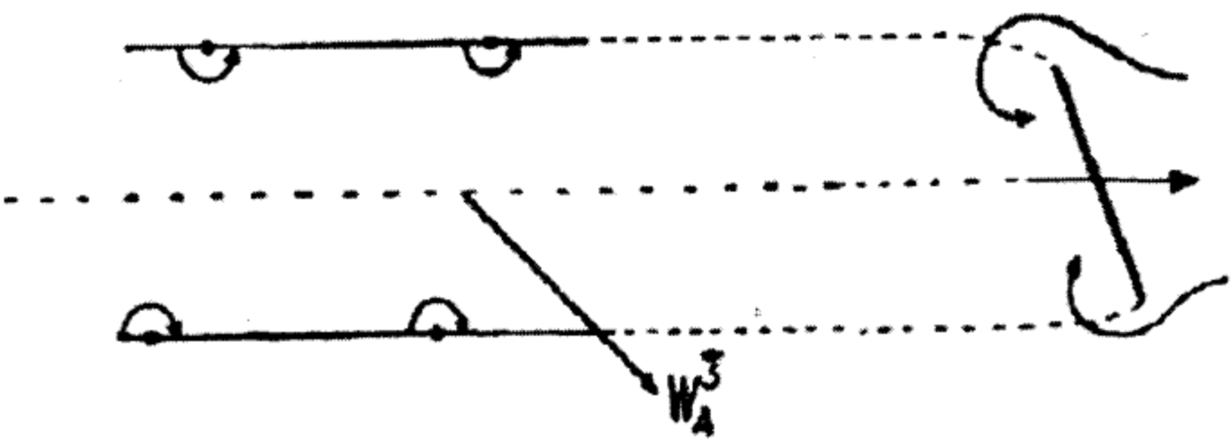
откъдето намираме $h/l \approx 0,281$. С помощта на това условие Карман пресмята вихровото съпротивление на кръгов цилиндър.



Фиг. 7. Траектории по Долапчиев на смутените вихри в устойчива Карманова улица

Темата на докторската дисертация на Бл. Долапчиев е зададена от Прантъл. На младия учен е предложено да изследва траекториите на смутените вихри както за устойчива, така и за неустойчива конфигурация на Карманова вихрова улица. С тази задача Долапчиев се справя успешно, както се вижда от публикацията му „Принос към стабилитета на Karman'овите вихрени улици и траекториите на отделните вихри", отпечатана в Списание на БАН, кн. 57/1938 г.(149 - 211). Фиг. 7 е заимствана от дисертацията на Долапчиев и илюстрира траекториите на двойката смутени вихри O'и O'' от фиг. 6 както в линейно (непрекъснатите полуокръжности и окръжности), така и в нелинейно приближение – пунктирните криви (с точност до квадратични членове).

Съществeният принос на Долапчиев в областта на вихровите улици обаче се състои в обобщението на Кармановото условие за устойчивост върху двупараметрични вихрови улици. По определение (вж. фиг. 8) това са две успоредни вихрови редици, отместени на произволно разстояние d една спрямо друга в надлъжно направление, където $0 < d < l/2$.



Фиг. 8. Двупараметрични вихрови улици

Понастоящем полученото от Долапчиев условие за устойчивост на двупараметрична вихрова улица е известно като условие на Мауе-Долапчиев (Maue-Dolaptchiev) и се представя във вида

$$sh\frac{\pi h}{l} = \sin\frac{\pi d}{l}. \tag{10}$$

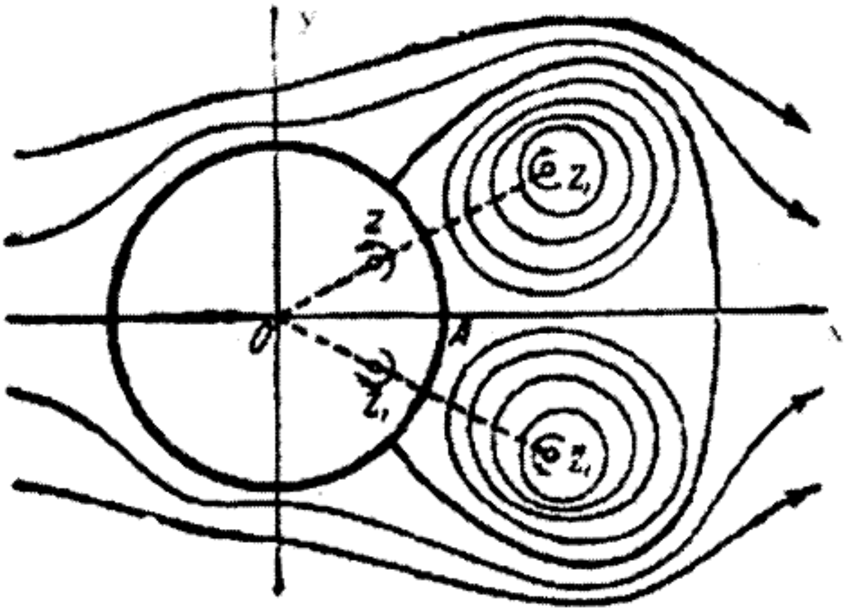
Очевидно при $d = l/2$ горното условие се свежда до това на Карман.

Нашият обзор ще бъде непълен, ако не отбележим статията на Бл. Долапчиев (в съавторство с Бл. Сендов), публикувана в Доклади на АН на СССР (т. 128, 1959, 53 - 56) и посветена на една алтернативна схема за пресмятане на съпротивлението на цилиндър в невискозен флуид. Тази схема е предложена от Фьопл (L. Föppl, 1913) и Рубах (H. Rubach, 1916) и изхожда от конфигурацията

„цилиндър-вихрова двоица", показана на фиг. 4. Комплексният потенциал на това течение може да се запише в следния вид:

$$\Phi = U\left(\zeta + \frac{a^2}{\zeta}\right) + \frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\frac{(\zeta - z_1)\left(\zeta - z_1^{-1}\right)}{(\zeta - \overline{z}_1)\left(\zeta - \overline{z}_1^{-1}\right)} \quad . \tag{11}$$

Точковите вихри и токовите линии, съответстващи на този потенциал, са скицирани на фиг. 9.

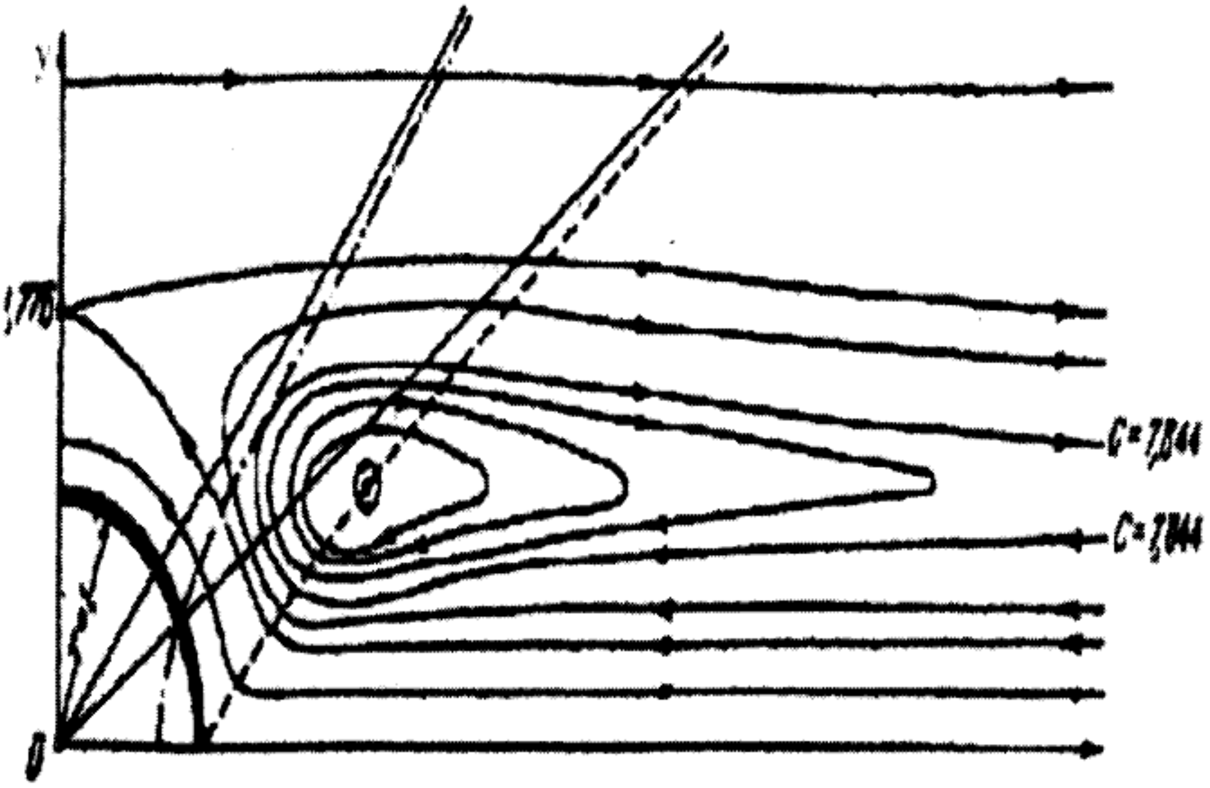


Фиг. 9. Симетрично обтичане на кръгов цилиндър с двоица вихри зад него.

В гореспоменатата публикация Бл. Долапчиев предлага пълно качествено изследване на траекториите на вихрите, резултатите от което са изобразени на фиг. 10.

На горната фигура (симетрична спрямо хоризонталната ос) кривата на Фьопл е показана с пунктир. Тази крива е геометричното място на равновесните (неподвижните) конфигурации на вихровата двоица. При малки смущения на двоицата (но запазващи симетрията на течението) траекториите на вихрите се преобразуват в затворени криви около точките на равновесие. Съществува незатворена критична траектория (номерирана на фиг. 10 с $C = 7,844$), която отделя затворените от незатворените траектории

В заключение ще се спра на последната работа на Долапчиев, написана по времето на тежкото му боледуване и излязла след смъртта му: „Върху една непозната класическа теорема (на SYNGE) в един стар хидродинамичен



Фиг. 10. Крива на Фьопл и траектории на двоица вихри зад кръгов цилиндър.

проблем (на KARMAN)". В нея той публикува (Годишник на СУ, т. 67, 1972/73, 355 - 362) едно строго математическо доказателство на Синг – изтъкнат учен от Ирландската кралска академия. Доказателството е направено по молба на Долапчиев и се отнася за скоростта, която един точков вихър индуцира върху друг точков вихър. С него беше потвърдено интуитивното приемане, което Долапчиев намираше за неудовлетворително, че всеки вихър действа върху съседен на него вихър по същия начин, както и върху произволна флуидна частица, независимо от обстоятелството, че вихрите са особени точки в полето на течението.

Накрая ще завърша с думите на проф. Чобанов – най-близкият сътрудник и колега на проф. Долапчиев. Те бяха казани пред възпоменателната научна сесия по повод 20-тата годишнина от смъртта на проф. Долапчиев: „Докато цитираните публикации на Карман са работи на инженер, статиите на Долапчиев в новооткритите територии – от първата до последната – са работи на математик. Оттук и името му в тази област... Той бе авторитет в тази област и поради това охотно канен и внимателно изслушван на всички онези конгреси, конференции, сесии, семинари и пр., на които е присъствал и докладвал."

* * *

Заключителна забележка: В текста са използвани следните оригинални фигури от съответните трудове на Бл. Долапчиев: фиг. 3, 6, 7, 8, 9, 10.

Получена на 28.01.2006

С. Радев
Институт по математика и информатика
Българска академия на науките
1113, ул. Акад. Г. Бончев, бл. 8, София
БЪЛГАРИЯ
E-mail: stradev@imbm.bas.bg